

**Спецификация**  
**экзаменационных материалов для проведения государственного**  
**выпускного экзамена по МАТЕМАТИКЕ (письменная форма)**  
**для обучающихся по образовательным программам**  
**СРЕДНЕГО общего образования**

## **1. Назначение экзаменационной работы**

Государственный выпускной экзамен для обучающихся по образовательным программам среднего общего образования (далее – ГВЭ-11) проводится в соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования, утверждённым приказом Минобрнауки России от 26.12.2013 № 1400 (зарегистрирован Министром России 03.02.2014, регистрационный № 31205) (с последующими изменениями).

Экзаменационные материалы позволяют установить уровень освоения выпускниками федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике, базовый уровень.

Письменный экзамен ГВЭ-11 по математике проводится в нескольких форматах в целях учёта возможностей разных категорий его участников: участников без ОВЗ и участников с ОВЗ.

**1. Экзаменационные материалы содержат маркировку «A» (100-ые номера вариантов)** – участники ГВЭ-11 без ОВЗ и с ОВЗ (за исключением участников с задержкой психического развития).

**2. Экзаменационные материалы содержат маркировку «K» (200-ые номера вариантов)** – обучающиеся с задержкой психического развития.

**3. Экзаменационные материалы содержат маркировку «C» (300-ые номера вариантов)** – слепые и поздноослепшие обучающиеся, владеющие шрифтом Брайля. Экзаменационные материалы аналогичны материалам с маркировкой «A», но в текстах заданий сведены к минимуму визуальные образы.

## **2. Документы, определяющие содержание экзаменационной работы**

Содержание экзаменационных материалов ГВЭ-11 в письменной форме составлено на основе федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (базовый уровень) (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

***Описание экзаменационной работы, маркованной буквой «A» («C»)*****3. Структура и содержание экзаменационной работы**

Каждый вариант экзаменационной работы содержит 12 заданий, из которых 10 заданий с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби, и 2 задания с развернутым ответом.

Задания 1–10 с кратким ответом группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия (планиметрия и стереометрия).

Задания 11 и 12 с развернутым ответом проверяют освоение математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности.

В экзаменационной работе контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика. 5–6-е классы;*
2. *Алгебра. 7–9-е классы;*
3. *Алгебра и начала математического анализа. 10–11-е классы;*
4. *Планиметрия. 7–9-е классы;*
5. *Стереометрия. 10–11-е классы;*
6. *Вероятность и статистика. 7–9-е классы.*

В таблице 1 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

*Таблица 1. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики*

Содержательные разделы	Количество заданий
Алгебра	5
Уравнения и неравенства	2
Функции	1
Начала математического анализа	1
Геометрия	3
Итого	12

Экзаменационная работа проверяет освоение наиболее важных умений, формируемых при изучении курса математики:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;

- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 2 приведено распределение заданий по видам умений и деятельности. Некоторые задания проверяют освоение нескольких видов умений и деятельности.

*Таблица 2. Распределение заданий по видам умений и деятельности*

Проверяемые виды умений и деятельности	Количество заданий
Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	5
Уметь выполнять вычисления и преобразования	6
Уметь решать уравнения и неравенства	3
Уметь выполнять действия с функциями	1
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	2
Уметь строить и исследовать математические модели	1

В экзаменационной работе представлены задания базового и повышенного уровней сложности. К заданиям базового уровня относится 10 заданий с кратким ответом. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. К заданиям повышенного уровня относится 2 задания. Эти задания направлены на проверку освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности. В таблице 3 представлено распределение заданий по уровню сложности.

*Таблица 3. Распределение заданий по уровню сложности*

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный балл	Процент максимального балла за задания данного уровня сложности от максимального балла за всю работу, равного 14
Базовый	9	9	64
Повышенный	3	5	36
Итого	12	14	100

#### **4. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом**

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом. Задания 11 и 12 оцениваются 2 баллами, если верно выполнены оба пункта задания;

1 баллом, если верно выполнен один пункт задания, и 0 баллов в других случаях.

Задание с развёрнутым ответом оценивается экспертом с учётом правильности и полноты ответа. Максимальный первичный балл за задание с развёрнутым ответом — 2. К заданию приводится подробная инструкция для экспертов, в которой указывается, за что выставляется каждый балл — от нуля до максимального балла. В экзаменационном варианте перед каждым типом задания предлагается инструкция, в которой приведены общие требования к оформлению ответов.

Максимальный балл за всю работу — 14.

Рекомендуется следующая шкала перевода суммы первичных баллов в пятибалльную систему оценивания.

**Шкала пересчёта первичного балла за выполнение  
экзаменационной работы в отметку по пятибалльной шкале**

Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5
Общий балл	0–3	4–6	7–9	10–14

**5. Продолжительность экзаменационной работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут).

**6. Дополнительные материалы и оборудование**

Перечень дополнительных устройств и материалов, пользование которыми разрешено на ГВЭ, утверждается приказом Минобрнауки России. Необходимые справочные материалы выдаются вместе с экзаменационной работой. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

В Приложении приведён обобщённый план экзаменационной работы.

*Приложение*

**Обобщённый план варианта экзаменационной работы ГВЭ-11**  
**по математике**  
**(с маркировкой «А», «С»)**

*Уровни сложности задания: Б – базовый (примерный уровень выполнения – 60–90%); П – повышенный (20–60%).*

№	Проверяемые требования (умения)	Коды проверяемых требований (по КТ)	Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания
1	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	1.4.1	Б	1
2	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.3	1.1.3	Б	1
3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1.1–2.1.6	Б	1
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.4	6.3.1	Б	1
5	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.2, 3.1	6.2.1, 3.1.3	Б	1
6	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1	1.1–1.4	Б	1
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	4.1	5.1.1–5.1.5, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5	Б	1
8	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	4.1, 5.2	5.1.1–5.1.3, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5	Б	1
9	Уметь выполнять действия с функциями	3.1–3.3	4.1–4.3	Б	1
10	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1	2.1, 2.2	П	1
11	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3	2.1, 2.2	П	2
12	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2, 4.3, 5.2, 5.3	5.2–5.6	П	2

### ***Описание экзаменационных материалов, содержащих маркировку «К»***

#### **3. Структура и содержание экзаменационной работы**

Каждый вариант экзаменационной работы (маркирован буквой «К») содержит 10 заданий с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания 1–10 с кратким ответом группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия (планиметрия и стереометрия).

В экзаменационной работе контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика. 5–6-е классы;*
2. *Алгебра. 7–9-е классы;*
3. *Алгебра и начала математического анализа. 10–11-е классы;*
4. *Планиметрия. 7–9-е классы;*
5. *Стереометрия. 10–11 классы;*
6. *Вероятность и статистика. 7–9-е классы.*

В таблице 1 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

*Таблица 1. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики*

Содержательные разделы (по кодификатору ЭС)	Количество заданий
Алгебра	5
Уравнения и неравенства	1
Функции	1
Начала математического анализа	1
Геометрия	2
Итого	10

Экзаменационная работа проверяет освоение наиболее важных умений, формируемых при изучении курса математики:

уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

уметь выполнять вычисления и преобразования;

уметь решать уравнения и неравенства;

уметь выполнять действия с функциями;

уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;

уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 2 приведено распределение заданий по видам умений и деятельности. Некоторые задания проверяют освоение нескольких видов

*Таблица 2. Распределение заданий по видам умений и деятельности*

Проверяемые виды умений и деятельности (по кодификатору КТ)	Количество заданий
Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	5
Уметь выполнять вычисления и преобразования	6
Уметь решать уравнения и неравенства	2
Уметь выполнять действия с функциями	1
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	1
Уметь строить и исследовать математические модели	1

В экзаменационной работе представлены задания базового уровня сложности. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

#### **4. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом**

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом.

Максимальный балл за всю работу — 10.

Рекомендуется следующая шкала перевода суммы первичных баллов в пятибалльную систему оценивания.

#### **Шкала пересчёта первичного балла за выполнение экзаменационной работы в отметку по пятибалльной шкале**

Отметка по пятибалльной шкале	2	3	4	5
Общий балл	0–2	3–5	6–8	9–10

#### **5. Продолжительность экзаменационной работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут).

#### **6. Дополнительные материалы и оборудование**

Перечень дополнительных устройств и материалов, пользование которыми разрешено на ГВЭ, утверждается приказом Минобрнауки России. Необходимые справочные материалы выдаются вместе с экзаменационной работой. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

В Приложении приведён обобщённый план экзаменационной работы.

**Обобщённый план варианта экзаменационной работы ГВЭ-11**  
**по математике**  
**(с маркировкой «К»)**

*Уровни сложности задания: Б – базовый (примерный уровень выполнения – 60–90%)*

№	Проверяемые требования (умения)	Коды проверяемых требований (по КТ)	Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания
1	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	1.4.1	Б	1
2	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.3	1.1.3	Б	1
3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1.1–2.1.6	Б	1
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.4	6.3.1	Б	1
5	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.2, 3.1	6.2.1, 3.1.3	Б	1
6	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1	1.1–1.4	Б	1
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	4.1	5.1.1–5.1.5, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5	Б	1
8	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	4.1, 5.2	5.1.1–5.1.3, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5	Б	1
9	Уметь выполнять действия с функциями	3.1–3.3	4.1–4.3	Б	1
10	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1	2.1, 2.2	Б	1

**Образец экзаменационного материала  
для ГВЭ-11 (письменная форма) по МАТЕМАТИКЕ  
(маркировка «А»)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа включает в себя 12 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.**

- 1** В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 8 недель?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите корень уравнения  $2 + 9x = 4x + 3$ .

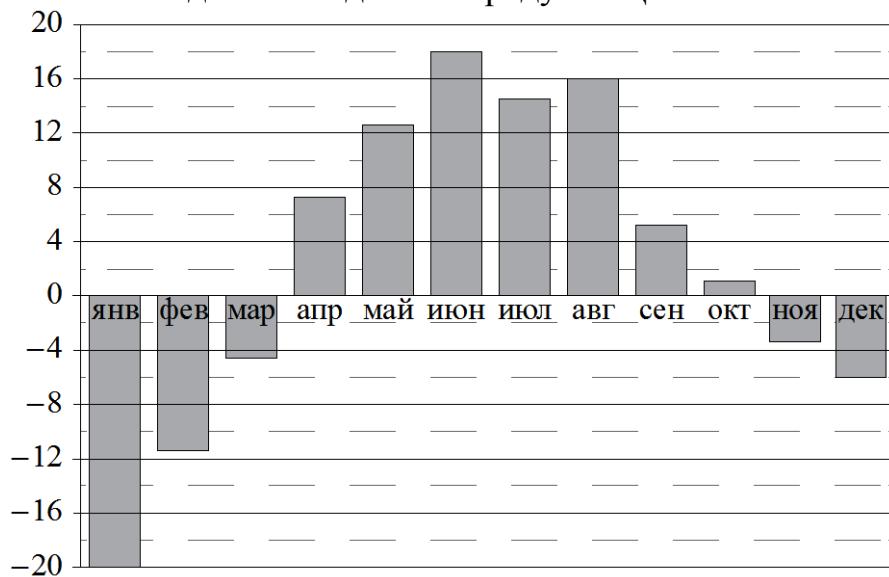
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Китая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Китая.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

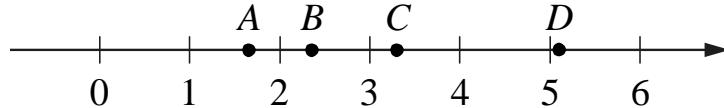
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указаны месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6

На координатной прямой отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

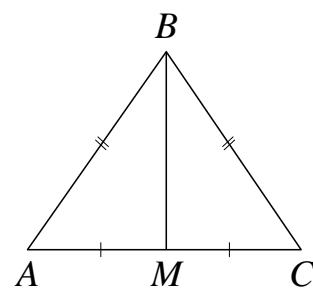
ТОЧКИ	ЧИСЛА
$A$	1) $\log_2 10$
$B$	2) $\frac{7}{3}$
$C$	3) $\sqrt{26}$
$D$	4) $0,6^{-1}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

$A$	$B$	$C$	$D$

- 7 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 25$ ,  $AC = 14$ .  
Найдите длину медианы  $BM$ .

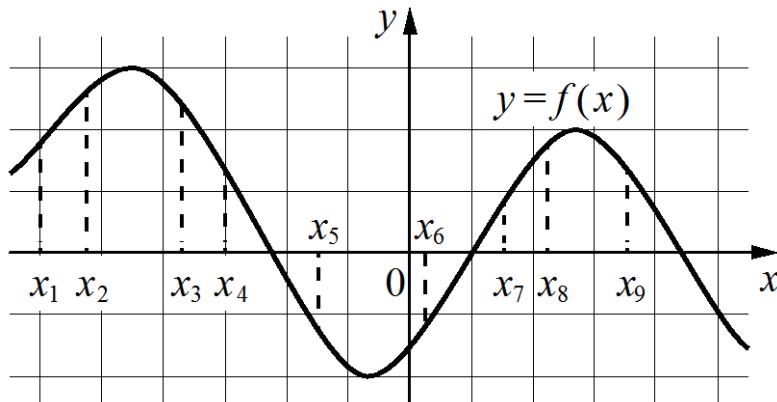


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Часть 2**

**Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**11**

- а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

**12**

- Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.
- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

## Система оценивания экзаменационной работы по математике

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

### Ответы к заданиям 1–10

№ задания	Ответ
1	23
2	17 400
3	0,2
4	0,36
5	16
6	4213
7	24
8	1700
9	4
10	5

### Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

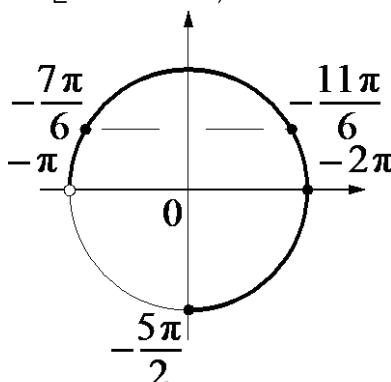
При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

11

а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .**Решение.**

а) Преобразуем обе части уравнения:

$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x; 2\sin^2 x - \sin x = 0; \sin x(2\sin x - 1) = 0,$$

откуда  $\sin x = 0$  или  $\sin x = \frac{1}{2}$ .Из уравнения  $\sin x = 0$  находим:  $x = \pi n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ .Из уравнения  $\sin x = \frac{1}{2}$  находим:  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ .б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .Получаем:  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .Ответ: а)  $\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;  $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ ;б)  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а	
ИЛИ	
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

12

- Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1 C_1$  соответственно.
- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

**Решение.**

- а) Пусть точка  $H$  — середина  $AC$ . Тогда

$$BN^2 = BH^2 + NH^2 = (3\sqrt{3})^2 + 6^2 = 63.$$

Вместе с тем,

$$BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63,$$

а тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник  $BMN$  является прямоугольным с прямым углом  $M$ .

- б) Проведём перпендикуляр  $NP$  к прямой  $A_1 B_1$ .

Тогда  $NP \perp A_1 B_1$  и  $NP \perp A_1 A$ . Следовательно,  $NP \perp ABB_1$ . Поэтому  $MP$  — проекция  $MN$  на плоскость  $ABB_1$ .

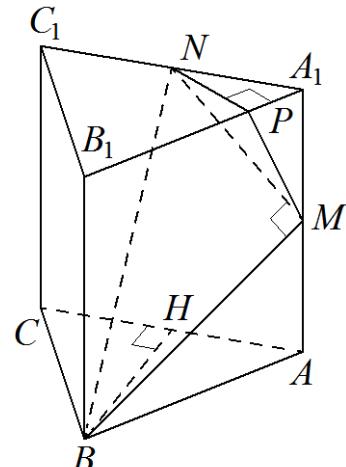
Прямая  $BM$  перпендикулярна  $MN$ , тогда по теореме о трёх перпендикулярах  $BM \perp MP$ . Следовательно, угол  $NMP$  — линейный угол искомого угла.

Длина  $NP$  равна половине высоты треугольника  $A_1 B_1 C_1$ , то есть  $NP = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

Поэтому  $\sin \angle NMP = \frac{NP}{MN} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$ .

Следовательно,  $\angle NMP = \arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}$ .

**Ответ:** б)  $\arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}$ .



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> , ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Образец экзаменационного варианта для проведения ГВЭ-11  
(письменная форма) по математике с маркировкой буквой «К»****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из 10 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в работе и в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.**

- 1** В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 8 недель?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

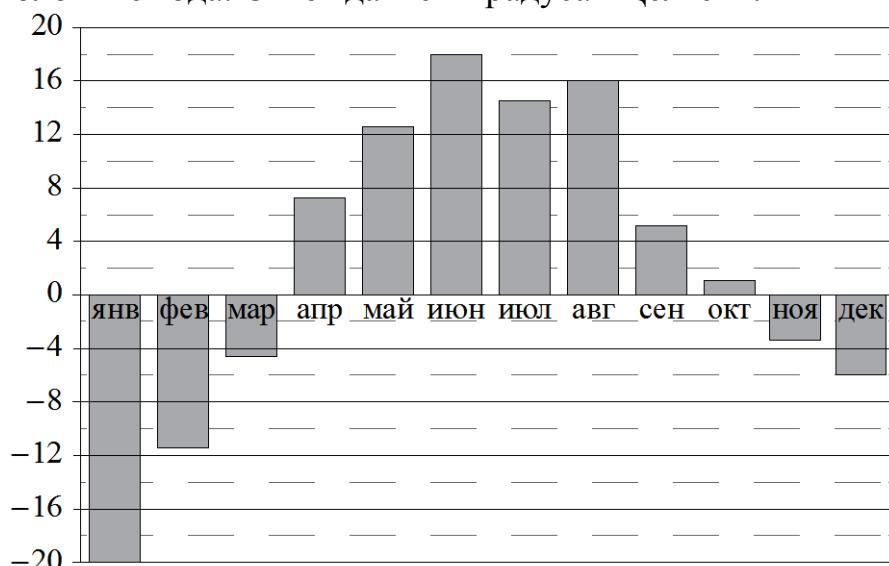
- 3** Найдите корень уравнения  $2 + 9x = 4x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Китая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Китая.

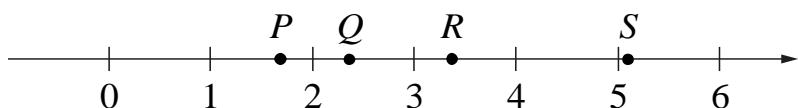
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указаны месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** На прямой отмечены точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  и  $S$ .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ

 $P$  $Q$  $R$  $S$ 

ЧИСЛА

1)  $\log_2 10$ 2)  $\frac{7}{3}$ 3)  $\sqrt{26}$ 4)  $0,6^{-1}$ 

Ответ:

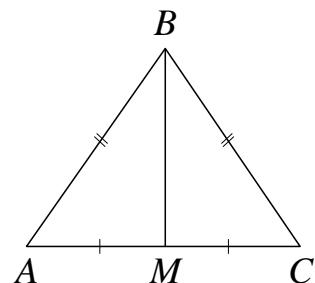
$P$	$Q$	$R$	$S$

**7**

В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 25$ ,  $AC = 14$ .

Найдите длину медианы  $BM$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

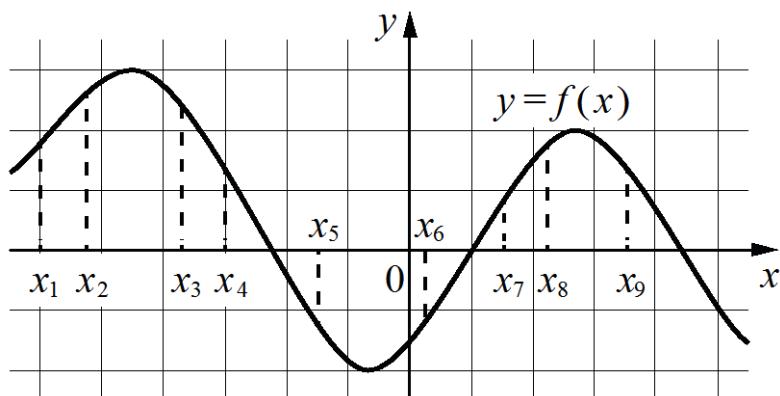
**8**

Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
с маркировкой буквой «К»**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

**Ответы к заданиям 1–10**

№ задания	Ответ
1	23
2	17 400
3	0,2
4	0,36
5	16
6	4213
7	24
8	1700
9	4
10	5

**Образец экзаменационного материала  
для ГВЭ-11 (письменная форма) по МАТЕМАТИКЕ  
(маркировка «С»)**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа включает в себя 12 заданий. На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланке ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр.**

- 1** Шоколадка стоит 20 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну — в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 210 рублей в воскресенье?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Какую сумму он получит после уплаты этого налога?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите корень уравнения  $2 + 9x = 4x + 3$ .

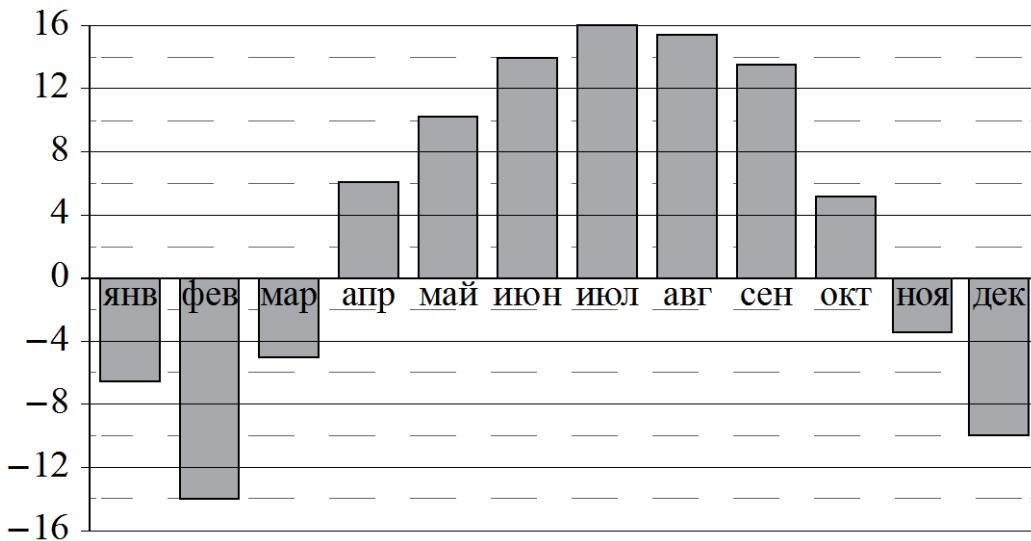
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Китая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Китая.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6

Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

## НЕРАВЕНСТВА

- А)  $\log_5 20$   
 Б)  $\frac{29}{13}$   
 В)  $\sqrt{10}$   
 Г)  $2,3^{-3}$

## РЕШЕНИЯ

- 1)  $[0; 1]$   
 2)  $[1; 2]$   
 3)  $[2; 3]$   
 4)  $[3; 4]$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий отрезку номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

7

Стороны параллелограмма равны 12 и 15. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9** Прямая  $y = 5x + 8$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 - 9x - 37$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ.**

- 11** а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

- 12** В тетраэдре  $ABCD$  ребро  $AD$  имеет длину 7, а все остальные рёбра равны 6.  
 а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны.  
 б) Найдите расстояние между прямыми  $AD$  и  $BC$ .

## **Система оценивания экзаменационной работы по математике**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

### **Ответы к заданиям 1–10**

№ задания	Ответ
1	15
2	17 400
3	0,2
4	0,36
5	7
6	2341
7	8
8	1700
9	7
10	5

### **Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12**

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

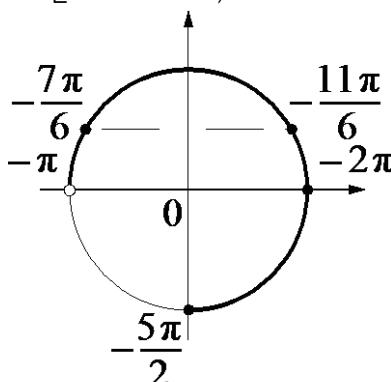
При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

11

а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .**Решение.**

а) Преобразуем обе части уравнения:

$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x; 2\sin^2 x - \sin x = 0; \sin x(2\sin x - 1) = 0,$$

откуда  $\sin x = 0$  или  $\sin x = \frac{1}{2}$ .Из уравнения  $\sin x = 0$  находим:  $x = \pi n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ .Из уравнения  $\sin x = \frac{1}{2}$  находим:  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ .б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .Получаем:  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .**Ответ:** а)  $\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;  $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ ;б)  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а	
ИЛИ	
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

12

В тетраэдре  $ABCD$  ребро  $AD$  имеет длину 7, а все остальные рёбра равны 6.

- а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны.  
 б) Найдите расстояние между прямыми  $AD$  и  $BC$ .

**Решение.**

а) Пусть  $H$  — середина ребра  $BC$ , тогда медианы  $AH$  и  $DH$  равнобедренных треугольников  $BAC$  и  $BDC$  соответственно перпендикулярны  $BC$ . Значит, плоскость  $AHD$  перпендикулярна прямой  $BC$ , поэтому прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны.

б) Поскольку плоскость  $AHD$  перпендикулярна прямой  $BC$ , расстояние между прямыми  $AD$  и  $BC$  равно высоте треугольника  $AHD$ , опущенной из вершины  $H$ .

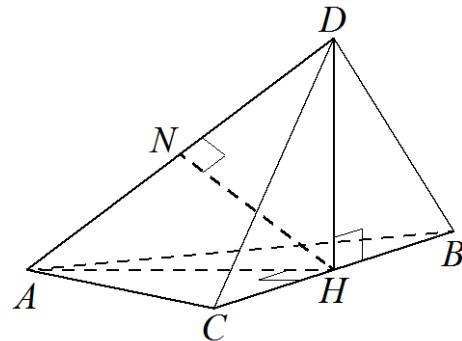
Из равных равнобедренных треугольников  $BAC$  и  $BDC$  находим:

$$DH = AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = 3\sqrt{3}.$$

В равнобедренном треугольнике  $AHD$  высота  $HN$ , проведённая к основанию, равна

$$\sqrt{AH^2 - \frac{AD^2}{4}} = \frac{\sqrt{59}}{2}.$$

**Ответ:** б)  $\frac{\sqrt{59}}{2}$ .



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> , ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2